

LOIS DE KEPLER ET LOIS DE NEWTON (10 points)

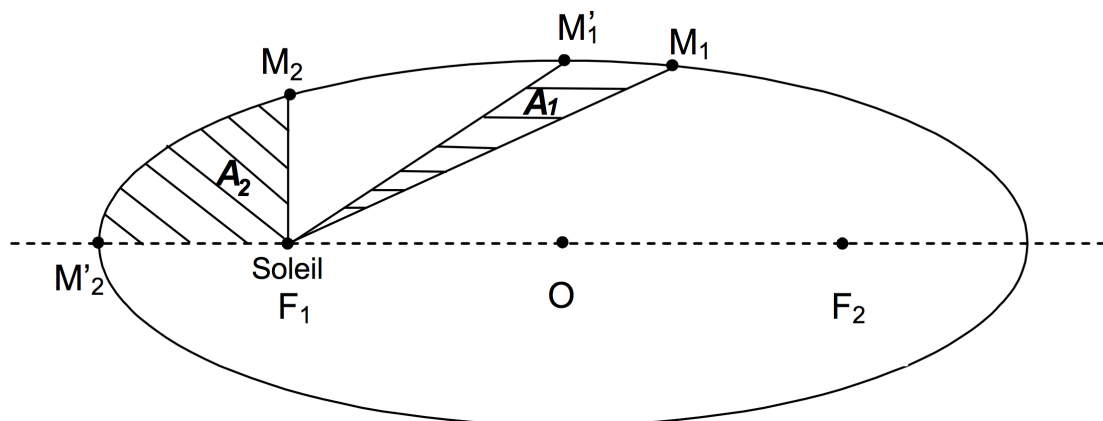
Par souci de simplification, les astres sont considérés comme des corps à répartition sphérique de masse.

Johannes Kepler, né le 27 décembre 1571 à Weil der Stadt, près de Stuttgart (Allemagne), mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne, est un astronome célèbre. Il a étudié et confirmé l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic. Il a également découvert que les trajectoires des planètes n'étaient pas des cercles parfaits centrés sur le Soleil mais des ellipses. En outre, il a énoncé les lois (dites lois de Kepler) qui régissent les mouvements des planètes sur leur orbite.



1. Planètes en orbite elliptique

La figure ci-dessous représente la trajectoire elliptique du centre d'inertie M d'une planète du système solaire, de masse m , dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen. Les deux foyers F_1 et F_2 de l'ellipse et son centre O sont indiqués sur la figure.



- 1.1. En utilisant une des lois de Kepler, justifier la position du Soleil indiquée sur la figure ci-dessus.
- 1.2. On suppose que les durées de parcours entre les points M_1 et M_1' d'une part et entre M_2 et M_2' d'autre part sont égales. En utilisant une des lois de Kepler, préciser la relation entre les aires hachurées A_1 et A_2 sur la figure ci-dessus.
- 1.3. La valeur de la vitesse moyenne de la planète entre les points M_1 et M_1' est-elle inférieure, égale ou supérieure à celle entre les points M_2 et M_2' ? Justifier la réponse.

2. Approximation des orbites circulaires

Dans les questions qui suivent, pour simplifier, on modélise les trajectoires des planètes du système solaire dans le référentiel héliocentrique par des cercles de rayon r dont le centre O est occupé par le Soleil de masse M_S .

- 2.1. Sur un schéma, représenter la force de gravitation \vec{F} exercée par le Soleil sur une planète quelconque du système solaire, de masse m , et dont le centre d'inertie est situé au point M .
- 2.2. Donner l'expression littérale et vectorielle de cette force \vec{F} en un point M , en utilisant le vecteur unitaire \vec{u} (\vec{u} est centripète et on notera G la constante de gravitation universelle).
- 2.3. En citant la loi de Newton utilisée, déterminer l'expression littérale du vecteur accélération du centre d'inertie d'une planète quelconque du système solaire, de masse m , et dont le centre d'inertie est situé au point M , en fonction de G , M_S et r .
- 2.4. En utilisant la première partie, justifier rapidement que le mouvement de la planète est uniforme.
- 2.5. En déduire l'expression du vecteur accélération en fonction de la vitesse v de la planète et du rayon r de son orbite.

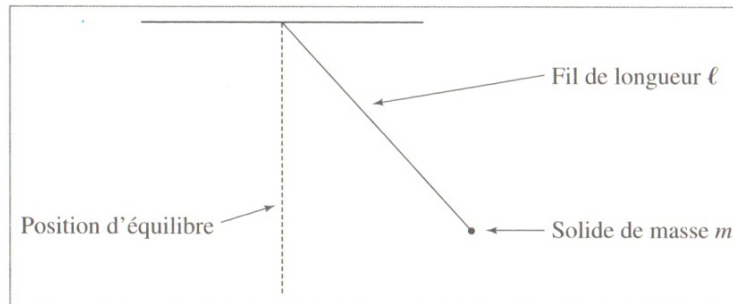
3. Troisième loi de Kepler

- 3.1. À l'aide des questions précédentes, établir l'expression de la vitesse v de la planète en fonction de G , M_S et r .
- 3.2. Exprimer la période T de la planète en fonction de v et r .
- 3.3. Retrouver la troisième loi de Kepler à partir de ces résultats.

EXERCICE II : PENDULE SIMPLE (10 points)

Un pendule simple est constitué d'un solide de masse m de petite taille suspendu à un fil de masse négligeable et de longueur ℓ très supérieure à la taille du solide.

Écarté de sa position d'équilibre, un pendule simple oscille périodiquement après avoir été lâché. La période des oscillations s'exprime par la relation suivante : $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.



Données :

- Intensité de la pesanteur sur Terre : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Une coudée mesure $0,57 \text{ m}$

1. LES PENDULES DE GALILÉE

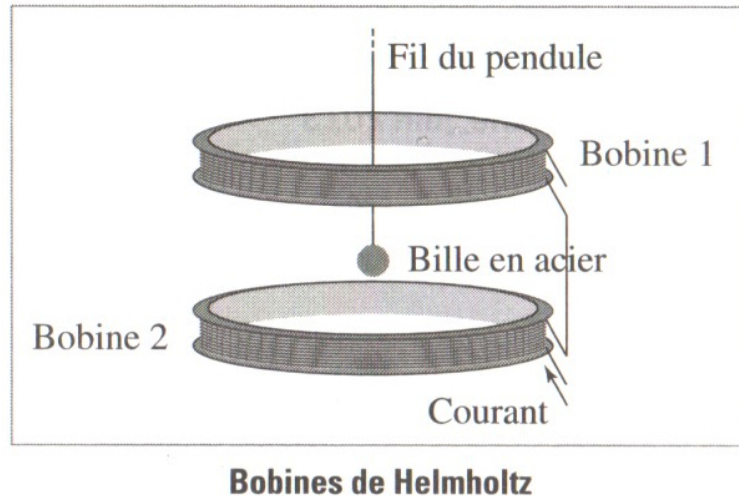
Document I : Discours concernant deux sciences nouvelles – Galilée (1638)

« J'ai pris deux boules, l'une en plomb et l'autre en liège, celle-là au moins cent fois plus lourde que celle-ci, puis j'ai attaché chacune d'elles à deux fils très fins, longs tous deux de quatre coudées ; les écartant alors de la position perpendiculaire, je les lâchais en même temps [...] ; une bonne centaine d'allées et venues, accomplies par les boules elles-mêmes, m'ont clairement montré qu'entre la période du corps pesant et celle du corps léger, la coïncidence est telle que sur mille vibrations comme sur cent, le premier n'acquiert sur le second aucune avance, fût-ce la plus minime, mais que tous les deux ont un rythme de mouvement rigoureusement identique. On observe également l'action du milieu qui, en gênant le mouvement, ralentit bien davantage les vibrations du liège que celles du plomb, sans toutefois modifier leur fréquence ; même si les arcs décrits par le liège n'ont plus que cinq ou six degrés, contre cinquante ou soixante pour le plomb, ils sont traversés en des temps égaux. »

- 1.1. Citer deux expressions employées dans le texte pour désigner une oscillation.
- 1.2. Comment Galilée désigne-t-il la position d'équilibre du pendule ?
- 1.3. Répondre aux trois questions suivantes en justifiant à partir du **document 1**.
 - 1.3.1. La masse m de la boule suspendue a-t-elle une influence sur la période du pendule ?
 - 1.3.2. Le pendule en plomb est-il plus, moins ou autant sensible aux frottements que le pendule en liège ?
 - 1.3.3. La période des oscillations dépend-elle des frottements ?
- 1.4. Pourquoi peut-on admettre que les pendules décrits dans le texte sont assimilables à des pendules simples ?
- 1.5. Calculer la valeur de la période des pendules de Galilée.

2. UN PENDULE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

Pour vérifier l'influence de l'intensité de la pesanteur sur la période d'un pendule simple, il est difficile d'envisager de se déplacer sur une autre planète. En revanche, il est relativement simple de placer un pendule, constitué d'un fil et d'une bille d'acier, à l'intérieur d'un dispositif créant un champ magnétique uniforme dans une zone suffisamment large pour englober la totalité de la trajectoire de la bille du pendule pendant les oscillations. Ce dispositif peut être constitué par des bobines de Helmholtz.



Lorsque l'axe des bobines est vertical, le passage du courant électrique crée un champ magnétique uniforme vertical dans la zone cylindrique située entre les deux bobines. Une bille en acier située dans cette zone est soumise à une force magnétique verticale.

- 2.1. Expliquer pourquoi ce dispositif expérimental permet de simuler une variation de l'intensité de la pesanteur.
- 2.2. Comment doit être orientée la force magnétique exercée sur la bille pour simuler un accroissement de la pesanteur ? Justifier.
- 2.3. Comment peut-on simuler un affaiblissement de la pesanteur ?
- 2.4. Si le dispositif a été correctement installé pour simuler un accroissement de la pesanteur, comment cela se traduit-il sur l'évolution de la période du pendule ? Justifier.
- 2.5. Le dispositif utilisé ne permet pas de simuler une forte variation de la pesanteur, mais il permet cependant de constater une variation de la période, à condition de choisir un protocole optimisant la précision de la mesure.
 - 2.5.1. Proposer une méthode expérimentale pour obtenir une mesure la plus précise possible de la période.

Dans le cas d'un pendule de longueur 0,50 m, on mesure une période de 1,5 s lorsque les bobines sont parcourues par un courant électrique.
 - 2.5.2. Le dispositif simule-t-il un accroissement ou une diminution de la pesanteur ? Expliquer.
 - 2.5.3. Déterminer la valeur de la pesanteur apparente.