CHAPITRE 9 :

CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE NEWTONIENNES

Pierre-André LABOLLE

Lycée International des Pontonniers

Novembre 2014

I. Étudier un système

1. Définir le système

- Il s'agit de préciser ce que l'on étudie : quel point matériel, quel ensemble de points, quel objet ou quel groupe d'objet.
- Il s'agit souvent d'un solide indéformable.
- On étudie très souvent le mouvement d'un point particulier : le centre d'inertie G du solide.

2. Choisir un référentiel d'étude

- Le mouvement d'un corps dépend du corps de référence par rapport auquel on étudie ce mouvement (point de vue de l'observateur).
- Il convient alors de définir : une origine, un ou plusieurs axes et une origine des temps (horloge).
- Un référentiel est donc un repère d'espace accompagné d'un repère de temps.

I. Étudier un système

3. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système

- Avant toute chose, il convient de lister toutes les actions mécaniques extérieures appliquées au système d'étude et de donner, pour chaque force, les 4 caractéristiques qui les décrit : point d'application, direction, sens, intensité en newtons (N).
- Toutefois, certaines de ces caractéristiques ne sont pas accessibles directement et le but de l'exercice consistera sûrement à les déterminer.

4. Faire un schéma

- Représenter clairement la situation en schématisant le système, son environnement.
- À priori, sans souci d'échelle, représenter les différentes forces extérieures appliquées au système.

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantanée

- voir T.P. n°10
- Pour construire le vecteur vitesse au point d'indice 5 par exemple, on suivra les étapes suivantes :

- Déterminer la valeur de la vitesse instantanée au point 5 : $v_5 = \dfrac{M_4M_6}{2\tau}$
- Tracer la parallèle au segment M_4M_6 et passant par M_5 qui représente la direction du vecteur vitesse (tangente à la trajectoire).
- Choisir une échelle de représentation pour les vitesses.
- Construire le vecteur vitesse dans le sens du mouvement.

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantanée

➠ $\overrightarrow{v_5} = \dfrac{\overrightarrow{M_4M_6}}{2\tau} = \dfrac{\overrightarrow{M_4O} + \overrightarrow{OM_6}}{2\tau} = \dfrac{\overrightarrow{OM_6} - \overrightarrow{OM_4}}{2\tau} = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$

- $\overrightarrow{v_5}$ représente donc la variation du vecteur position.
- Si la durée Δt est très petite, on obtiendra alors, sans approximation, le vecteur vitesse instantanée :

➠ $\overrightarrow{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantané

Vecteur vitesse instantanée

Dans un référentiel d'origine O, le vecteur vitesse d'un point mobile M à une date t est donné par la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps.

$$\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantané

- Coordonnées du vecteur position : $\overrightarrow{OM(t)} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$

- Coordonnées du vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dy}{dt} \\ \dfrac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

- Les coordonnées du vecteur vitesse s'expriment en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- Si un solide subit une accélération, cela veut dire que **son vecteur vitesse varie** : il peut varier en norme, en direction, ou les deux à la fois !
- Le vecteur accélération nous renseigne sur les variations du vecteur vitesse.

Vecteur accélération

Dans un référentiel d'origine O, le vecteur accélération d'un point mobile M à une date t est donné par la dérivée du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ par rapport au temps.

$$\overrightarrow{a} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \text{ où } a = \left\|\overrightarrow{a}\right\| \text{ s'exprime en } \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- Coordonnées du vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dy}{dt} \\ \dfrac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

- Coordonnées de l'accélération : $\overrightarrow{a} = \dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \begin{pmatrix} \dfrac{dv_x}{dt} \\ \dfrac{dv_y}{dt} \\ \dfrac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

- Les coordonnées du vecteur accélération s'expriment en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$

- $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- Pour construire le vecteur accélération au point d'indice 5 :
  - Commencer par construire les vecteurs vitesse aux points 4 et 6.
  - Construire le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5} = \overrightarrow{v_6} - \overrightarrow{v_4}$
  - Mesurer la longueur du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5}$ et convertir en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour en déterminer la norme à l'aide de l'échelle de vitesse choisie.
  - Calculer la norme du vecteur accélération : $a_5 = \dfrac{\Delta v_5}{2\tau}$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
  - Choisir une échelle d'accélération.
  - Tracer la parallèle au vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5}$ passant par M_5 donnant la direction du vecteur accélération.
  - Tracer, au point M_5 le vecteur accélération $\overrightarrow{a_5}$ dans la même direction et le même sens que $\overrightarrow{\Delta v_5}$.

III. Prévoir et comprendre le mouvement d'un système

1. Première loi de Newton ou principe d'inertie

Énoncé du principe d'inertie :

Dans un référentiel galiléen, si un solide est soumis à des forces qui se compensent (système isolé ou pseudo-isolé), alors son centre d'inertie est soit au repos ($\overrightarrow{v_G} = \vec{0}$), soit animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme ($\overrightarrow{v_G} = cs\vec{t}e$). La réciproque est vraie.

- Remarques :
  - Peuvent être considérés comme galiléens les référentiels suivants : référentiel héliocentrique (e.g. étude du mouvement des planètes), référentiel géocentrique (e.g. étude du mouvement des satellites), référentiel terrestre (e.g. mouvements de courte durée).
  - Tout référentiel fixe ou en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est aussi galiléen.

III. Prévoir et comprendre le mouvement d'un système

2. Deuxième loi de Newton ou théorème du centre d'inertie

a. Le vecteur quantité de mouvement

Quantité de mouvement

On appelle quantité de mouvement, notée $\vec{p}$, d'un objet de masse m à la date t le produit de la masse m par le vecteur vitesse instantanée $\overrightarrow{v(t)}$ de son centre d'inertie : $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.

➠ Remarques :

- La quantité de mouvement p s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$
- Le vecteur quantité de mouvement d'un système de n points matériels est la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque point :
  $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3} + \ldots + \vec{p_n} = \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{p_i}$
- Dans ce cas, on démontre que le vecteur quantité de mouvement d'un système de masse totale M est égal au produit de la masse totale du système M par le vecteur vitesse du centre d'inertie du système : $\vec{p} = M \cdot \overrightarrow{v_G}$

III. Prévoir et comprendre le mouvement d'un système

2. Deuxième loi de Newton ou théorème du centre d'inertie

b. Conservation de la quantité de mouvement

Conservation de la quantité de mouvement

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé est constant :

$\vec{p} = \overrightarrow{cste}$ ou encore

$$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3} + \ldots + \vec{p_n} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i} = M \cdot \vec{v_G} = \overrightarrow{cste}$$

- Exemples d'application :

- Propulsion par réaction
- Étude des chocs entre particules